Réciproquement soit D un point de $\Delta \Rightarrow D(x,-x) \Rightarrow Z_D = x.(1-i)$
Montrons qu'il existe un réel a tel que ACBD soit carrée direct (avec $z_A=2-a$ et $z_B=ia$)

$$ACBD \text{ carré direct} \Leftrightarrow \begin{cases} AC = AD \\ \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} BC = BD \\ \left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_D - Z_A}{Z_C - Z_A} = i \quad et \quad \frac{Z_D - Z_B}{Z_C - Z_B} = -i$$

$$\Leftrightarrow Z_A = x - 1 \quad et \quad Z_B = i(1-x) \quad en\ posant\ a = 1 - x$$

$$\Leftrightarrow Z_A = 2 - a \quad et \quad Z_B = ia$$

Donc $\Delta \subset L$ (2) (1) et (2) $\Rightarrow$ L=Δ

Conclusion : l'ensemble des points D lorsque a varie dans IR la droite Δ :y=-x

EX 36 :

1)

a) $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \quad \Delta' = -1 \quad \delta' = i$

Les solutions sont : $z' = \sqrt{3} + i$ *et* $z'' = \sqrt{3} - i$

b) $|z'| = |\sqrt{3} + i| = 2 \rightarrow z' = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ *et* $\boxed{z'' = \overline{z'} = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}.}$

2) $U = \frac{1}{2}\left[(1-i) + \sqrt{3}(1+i)\right]$

a) $U^2 = \sqrt{3} + i$

b)

$$U^2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} \Leftrightarrow U = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} \text{ ou } U = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\text{Re}\left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}\right) = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} > 0 \quad et \quad \text{Re}\left(-\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}\right) < 0 \Big\rangle U = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$$

$$Or \quad U = \frac{1}{2}\left[\left(1+\sqrt{3}\right) + i\left(\sqrt{3}-1\right)\right] \rightarrow \text{Re}(U) > 0$$

D'où $U = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} \qquad U = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

c) $U = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ et $U = \frac{1}{2}\left[\left(1+\sqrt{3}\right) + i\left(\sqrt{3}-1\right)\right]$

D'où :

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn